

Odlučivanje u uvjetima nesigurnosti i rizika

Vježbe

Dušan Mundar, dipl.inž.mat.

Fakultet organizacije i informatike
Sveučilište u Zagrebu
dusan.mundjar(at)foi.hr

18.11.2010.

Odlučivanje u uvjetima nesigurnosti

- S obzirom u kojoj su nam mjeri poznate moguće posljedice odluka koje donosimo, metode za odlučivanje dijele se u dvije skupine:

Odlučivanje u uvjetima nesigurnosti

- S obzirom u kojoj su nam mjeri poznate moguće posljedice odluka koje donosimo, metode za odlučivanje dijele se u dvije skupine:
 - metode odlučivanja u **uvjetima sigurnosti**,
 - metode odlučivanja u **uvjetima nesigurnosti i rizika**.

Odlučivanje u uvjetima nesigurnosti

- S obzirom u kojoj su nam mjeri poznate moguće posljedice odluka koje donosimo, metode za odlučivanje dijele se u dvije skupine:
 - metode odlučivanja u **uvjetima sigurnosti**,
 - metode odlučivanja u **uvjetima nesigurnosti i rizika**.
- Kod metoda **odlučivanja u uvjetima nesigurnosti** poznate su nam aktivnosti koje možemo poduzeti i posljedice koje mogu nastati kao rezultat tih aktivnosti, ali nam **nisu poznate pripadne vjerojatnosti**.

Odlučivanje u uvjetima nesigurnosti

- S obzirom u kojoj su nam mjeri poznate moguće posljedice odluka koje donosimo, metode za odlučivanje dijele se u dvije skupine:
 - metode odlučivanja u **uvjetima sigurnosti**,
 - metode odlučivanja u **uvjetima nesigurnosti i rizika**.
- Kod metoda **odlučivanja u uvjetima nesigurnosti** poznate su nam aktivnosti koje možemo poduzeti i posljedice koje mogu nastati kao rezultat tih aktivnosti, ali nam **nisu poznate pripadne vjerojatnosti**.
- Kod metoda **odlučivanja uz rizik** poznate su nam aktivnosti koje možemo poduzeti i posljedice koje mogu nastati kao rezultat tih aktivnosti te pripadne vjerojatnosti.

Primjer - odluka o otvaranju tvornice

Poduzeće razmatra otvaranje novog pogona. U tablici plaćanja prikazani su financijski rezultati (dobiti u tisućama kuna) koji mogu nastati u ovisnosti o akcijama koje poduzeće može poduzeti i stanju ekonomije koje može nastati u budućnosti.

	Ekpanzija	Stagniranja	Recesija
Velika tvornica	200	50	-120
Srednja tvornica	90	120	-30
Mala tvornice	40	30	20
Bez tvornice	0	0	0

Matrica plaćanja

- Informacije koje su nam dostupne možemo zapisati u obliku **matrice plaćanja**.
- Svaki stupac predstavlja jedno od stanja okoline koje može nastati S_j .
- Svaki redak predstavlja moguće ishode ukoliko je poduzeta akcija A_i .
- V_{ij} predstavlja financijski rezultat kao posljedicu poduzimanja poduhvata A_i i nastanka stanja okoline S_j .

	S_1	S_2	S_3	...	S_n
A_1	V_{11}	V_{12}	V_{13}	...	V_{1n}
A_2	V_{21}	V_{22}	V_{23}	...	V_{2n}
A_3	V_{31}	V_{32}	V_{33}	...	V_{3n}
...
A_m	V_{m1}	V_{m2}	V_{m3}	...	V_{mn}

Metode odlučivanja

- Teorijske metode odlučivanja
 - Maximax (Optimistični pristup)
 - Maximin (Pesimistični pristup, Wald-ov kriterij)
 - Kriterij realizma (Hurwicz-ov kriterij)
 - Kriterij minimalnog žaljenja (Savage-ov kriterij)
- Praktične metode odlučivanja
 - Laplace-ov kriterij
 - Očekivana vrijednost

Maximax (Optimistični pristup)

1. Maximax

- Ovaj kriterij karakterizira sklonost riziku.
- Za svaki kriterij identificira se najbolji ishod v_{ij}^* i bira se akcija a_k za koju je ta vrijednost najveća.

$$v_{ij}^* = \max_j v_{ij}$$

$$r_k = \max_i v_{ij}^* = \max_i (\max_j v_{ij})$$

Maximax - odluka o otvaranju tvornice

Za svaku akciju tražimo najisplativiji mogući ishod i odabiremo akciju koja ima najveći najisplativiji mogući ishod.

	Ekspanzija	Stagniranja	Recesija	Max
Velika tvornica	200	50	-120	200
Srednja tvornica	90	120	-30	120
Mala tvornice	40	30	20	40
Bez tvornice	0	0	0	0

Na temelju optimističnog pristupa (Maximax) odabrali bi izgradnju velike tvornice.

Maximin kriterij (Pesimistični pristup, Wald-ov kriterij)

2. Maximin kriterij (Pesimistični pristup, Wald-ov kriterij)

- Ovaj kriterij karakterizira odbojnost prema riziku.
- Za svaku akciju a_i identificira se najslabiji ishod v_{ij*} i bira se ona akcija a_k za koju je ta vrijednost najveća.

$$v_{ij*} = \min_j v_{ij}$$

$$r_k = \max_i v_{ij*} = \max_i (\min_j v_{ij})$$

Maximin - odluka o otvaranju tvornice

Za svaku akciju tražimo najgori mogući ishod i odabiremo akciju koja ima najblaži najgori mogući ishod.

	Ekpanzija	Stagniranja	Recesija	Min
Velika tvornica	200	50	-120	-120
Srednja tvornica	90	120	-30	-30
Mala tvornice	40	30	20	20
Bez tvornice	0	0	0	0

Na temelju pesimističnog pristupa (Maximin) odustali bi izgradnju male tvornice.

Kriterij realizma (Hurwicz-ov kriterij)

3. Hurwicz-ov kriterij

- Ravnoteža između prethodna dva kriterija.
- Za svaku akciju a_i računa se Hurwicz-ova vrijednost

$$H_i = \alpha v_{ij}^* + (1 - \alpha) v_{ij*}$$

- Bira se akcija a_k s najvećom vrijednošću H_k .
- Faktor α (faktor realizma) karakterizira stav donositelja odluke prema riziku.

Kriterij realizma (Hurwicz-ov kriterij) - odluka o otvaranju tvornice

Za svaku akciju računamo Hurwicz-ovu vrijednost te tražimo akciju s najvećom Hurwicz-ovom vrijednošću. U izračunu ćemo koristiti faktor realizma (optimizma)

$\alpha = 0,4$.

	Ekpanzija	Stagniranja	Recesija	Min	Max	H.v.
Velika tvornica	200	50	-120	-120	200	8
Srednja tvornica	90	120	-30	-30	120	30
Mala tvornice	40	30	20	20	40	28
Bez tvornice	0	0	0	0	0	0

Na temelju Hurwicz-ovog kriterija odabrali bi izgradnju tvornice srednje veličine.

Kriterij minimalnog žaljenja (Savageov kriterij)

4. Kriterij minimalnog žaljenja (Savageov kriterij)

- Svakom ishodu u tablici odlučivanja pridružuje se žaljenje

$$r_{ij} = \max_k v_{kj} - v_{ij}$$

(od ishoda najbolje akcije za stanje j oduzima se vrijednost v_{ij})

- Formira se tablica žaljenja i svakoj akciji pridruži se maksimalno žaljenje $\rho_i = \max_j r_{ij}$ (najgori ishod za akciju a_i te se bira ona akcija a_k za koju je ova vrijednost minimalna.

$$\rho_k = \min_i (\max_j r_{ij})$$

Kriterij minimalnog žaljenja (Savage-ov kriterij) - odluka o otvaranju tvornice

Izračunamo tablicu žaljenja tako da element matrice bude razlika maksimalne vrijednosti u stupcu i elementa matrice plaćanja na istoj poziciji. Nakon toga tražimo maksimalnu vrijednost za svaku akciju i odabiremo onu akciju čija je maksimalna vrijednost najmanja.

Matrica žaljenja:

	Ekpanzija	Stagniranja	Recesija	Max
Velika tvornica	0	70	140	140
Srednja tvornica	110	0	50	110
Mala tvornice	160	90	0	160
Bez tvornice	200	120	20	200

Na temelju kriterija minimalnog žaljenja odabrali bi izgradnju tvornice srednje veličine.

Definicija

Ako se od ostvarivanja nekog događaja čija je vjerojatnost ostvarenja p očekuje dobit visine D , matematičko očekivanje (očekivana vrijednost, očekivana monetarna vrijednost) definira se kao produkt ovih vrijednosti

$$E = p \cdot D.$$

Poopćenje:

*Neka se nakon prokretanja projekta može ostvariti jedan od n različitih događaja te se ostvarenjem pojedinog događaja ostvari dobit D_i , $i = 1, \dots, n$, te neka je vjerojatnost nastanka pripadnih događaja p_i , $i = 1, \dots, n$. **Matematičko očekivanje (očekivana vrijednost, očekivana monetarna vrijednost)** definira se kao suma produkata dobiti događaja i pripadnih vjerojatnosti događaja.*

$$E = \sum_{i=1}^n p_i \cdot D_i$$

Praktični kriteriji za odlučivanje

1. Kriterij očekivane vrijednosti

- Pretpostavimo da su za pojedina stanja poznate vjerojatnosti njihovih nastupanja $p(s_j)$.
- Za svaku moguću odluku (akciju) računa se njezina očekivana vrijednost $E(a_i) = \sum_{j=1}^n p(s_j)a_{ij}$
- Kao najbolja bira se ona akcija koja ima najveću očekivanu vrijednost.

2. Laplaceov kriterij

- Ukoliko vjerojatnosti nisu poznate pretpostavljamo da je vjerojatnost svakog ishoda jednaka $p(s_j) = 1/n$ te primjenimo kriterij očekivane vrijednosti.

Kriterij očekivane vrijednosti - odluka o otvaranju tvornice

Pretpostavimo da su poznate vjerojatnosti nastanka svakog od stanja ekonomije. $(p(\text{Ekspanzija}), p(\text{Stagnacija}), p(\text{Recesija})) = (0.1, 0.5, 0.4)$. Računamo očekivanu vrijednost za svaku akciju koju možemo poduzeti.

Matrica žaljenja:

	Ekspanzija	Stagniranja	Recesija	Oček.
Vjerojatnosti	0, 1	0, 5	0, 4	
Velika tvornica	200	50	-120	-3
Srednja tvornica	90	120	-30	57
Mala tvornice	40	30	20	27
Bez tvornice	0	0	0	0

Na temelju kriterija očekivane vrijednosti odabrali bi izgradnju tvornice srednje veličine.

Laplaceov kriterij - odluka o otvaranju tvornice

Nisu poznate vjerojatnosti nastanka stanja ekonomije. Pretpostavljamo da su vjerojatnosti jednake, tj. $(p(\text{Ekspanzija}), p(\text{Stagnacija}), p(\text{Recesija})) = (1/3, 1/3, 1/3)$. Računamo očekivanu vrijednost za svaku akciju koju možemo poduzeti uz dane vjerojatnosti.

Matrica žaljenja:

	Ekspanzija	Stagniranja	Recesija	Oček.
Vjerojatnosti	1/3	1/3	1/3	
Velika tvornica	200	50	-120	43,3
Srednja tvornica	90	120	-30	60
Mala tvornice	40	30	20	30
Bez tvornice	0	0	0	0

Na temelju Laplace-ov kriterija odabrali bi izgradnju tvornice srednje veličine.

Trošak nesigurnosti

Trošak nesigurnosti ili **očekivana vrijednost savršene informacije (OVSI)** jednaka razlici očekivane vrijednosti uslijed sigurnosti (OVUS) i očekivane vrijednosti bez informacija (OVBI).

Dakle, vrijedi da je očekivana vrijednost savršene informacije

$$OVSI = OVUS - OVBI$$

Trošak nesigurnosti - odluka o otvaranju tvornice

Prvi korak u nalaženju troška nesigurnosti je određivanje očekivane vrijednosti uslijed sigurnosti. Prvo je potrebno odrediti koliko bi bile maksimalne zarade za svako od stanja okoline koje može nastati (te vrijednosti bi mogli ostvariti jer imamo savršene informacije). Nakon toga uz poznavanje vjerojatnosti nastanka takvih stanja možemo izračunati očekivanu vrijednost. Matrica žaljenja:

	Ekpanzija	Stagniranja	Recesija
Vjerojatnosti	0, 1	0, 5	0, 4
Velika tvornica	200	50	-120
Srednja tvornica	90	120	-30
Mala tvornice	40	30	20
Bez tvornice	0	0	0
Max	200	120	20

$$OVUS = 0,1 \cdot 200 + 0,5 \cdot 120 + 0,4 \cdot 20 = 88$$

Trošak nesigurnosti - odluka o otvaranju tvornice

Sljedeći korak je određivanje očekivane vrijednosti bez informacija. Očekivana vrijednost bez informacija jest očekivana vrijednost koju smo dobili korištenjem vjerojatnosti nastanka događaja, tj. $OVBI = 57$.

Dakle, trošak nesigurnosti (očekivana vrijednost savršene informacije $OVSJ$) jednak je razlici

$$OVSJ = OVUS - OVBI = 88 - 57 = 31.$$

Zadatak

Osoba razmišlja o prodaji ruža subotom navečer zaljubljenim parovima. Nabavna cijena ruže je 15 kuna, a prodajna cijena je 20 kn. Minimalno može naručiti 10 komada, a odlučila je da će naručiti najviše 20 komada. Za potražnju očekuje da bi trebala biti barem 10, a najviše 20.

- (a) Provjerite koje preporuke daje pojedina metoda odlučivanja u uvjetima nesigurnosti.
- (b) Ukoliko su poznate vjerojatnosti potražnje donesite odluku na temelju očekivane vrijednosti i odredite trošak nesigurnosti.

$$\begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,1 & 0,15 & 0,2 & 0,15 & 0,1 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \end{pmatrix}$$